



COMPRENDIENDO LA CORRELACIÓN A PARTIR DE SUS REPRESENTACIONES

M. Magdalena Gea,
Universidad de Granada
Pedro Arteaga,
Universidad de Granada
Gustavo R. Cañadas,
Universidad de Granada
J. Miguel Contreras,
Universidad de Granada

RESUMEN.

La correlación es un concepto estadístico fundamental, pues extiende la idea de dependencia funcional a variables estadísticas. Sin embargo, la investigación previa ha descrito sesgos de razonamiento y dificultades asociadas a su comprensión. Este taller ofrece una variedad de tareas correlacionales con una doble finalidad, por un lado presentar diversas situaciones de aprendizaje que contribuyan a eliminar las concepciones erróneas que se manifiestan y por otro lado potenciar los procesos de traducción de las distintas representaciones de la covariación estadística junto a las destrezas o habilidades para su traducción. Las actividades propuestas son susceptibles de adaptarse a varios niveles educativos.

Nivel educativo: El taller es adecuado para los profesores de Bachillerato; también puede interesar a los profesores de Educación Secundaria Obligatoria y Universidad o a estudiantes de Matemáticas.

1. LAS TAREAS CORRELACIONALES.

Explicar, controlar y predecir los sucesos que se presentan en nuestro día a día, depende de habilidades y destrezas para detectar covariaciones entre los acontecimientos que se suceden (Alloy y Tabachnik, 1984). En consecuencia, el razonamiento covariacional se encuentra presente en la vida cotidiana del ser humano, como actividad cognitiva fundamental para su desarrollo (Moritz, 2004; Zieffler, 2006; McKenzie y Mikkelsen, 2007), aunque no por ello está exento de dificultades.

En este taller nos centramos en la resolución de tareas covariacionales, problemática de interés para diversos investigadores y para la que se han fijado distintos pasos secuenciales (Crocker, 1981 y Moritz, 2004). Concretamente nos centramos en uno de éstos como es la realización de juicios de correlación y la estimación del coeficiente de correlación a partir de sus diferentes representaciones, aunque además manifestaremos la relevancia del resto de pasos propuestos. También se proporcionará a los profesores información sobre las posibles dificultades y sesgos de los estudiantes al realizar las tareas.

2. REPRESENTACIONES DE LA ASOCIACIÓN.

Las investigaciones desarrolladas por Sánchez Cobo y cols. (2000), Estepa (2007) junto con la de Zieffler y Garfield, (2009), nos acercan un poco más a comprender el modo en que los alumnos adquieren la noción de correlación. En concreto, dada la necesidad de un análisis sistemático de las variables en las tareas de traducción de la correlación de una representación a otra y de su efecto sobre la estimación de la correlación así como las estrategias empleadas por alumnos, la investigación abordada por Sánchez Cobo y cols. consideran cuatro formas de representar la correlación:

1. Descripción verbal, cuando describimos una distribución bivariada mediante el lenguaje natural,
2. Tabla de valores, o presentación de un conjunto de pares de valores numéricos de una distribución bivariada,
3. Diagrama de dispersión, cuando el conjunto de pares de valores de una distribución bivariada se presentan mediante un diagrama cartesiano, y
4. Coeficiente de correlación, cuando se da un valor numérico como medida de asociación existente entre las variables que conforman la distribución.

Para adquirir un razonamiento correlacional adecuado es de vital importancia dominar los procesos de traducción entre estas representaciones, es decir entre los datos, sus representaciones gráficas, las descripciones verbales sobre la covariación y el valor del coeficiente. El uso de estos procesos lleva implicadas destrezas y habilidades tales como el cálculo estadístico, el uso de modelos matemáticos para el ajuste de datos, la traducción desde y hacia las expresiones algebraicas y gráficas utilizadas, así como juicio sobre la posible existencia de relaciones causales. Moritz (2004), presenta un resumen (Figura 1) donde se reflejan las formas más comunes de representar la covariación estadística destacando, entre otras, tres destrezas importantes: (a) generar datos especulativos, mediante el desarrollo de gráficos que reflejen los juicios de asociación textuales, (b) interpretar gráficos tales como diagramas de dispersión con la correspondiente emisión de juicios de asociación, y por último, (c) interpretar tablas de frecuencias de datos covariados.

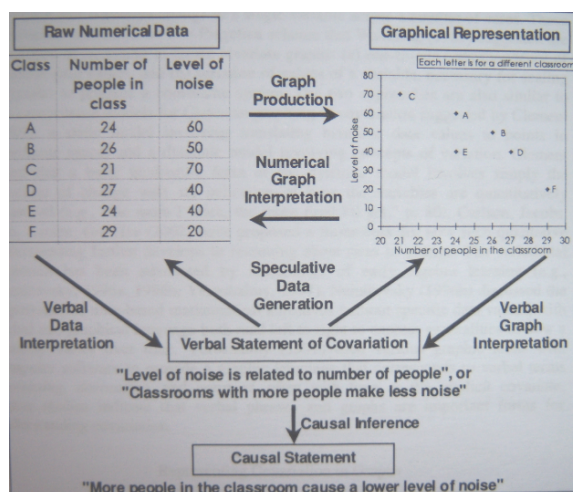


Figura 1. Formas de representar la covariación estadística junto a las destrezas o habilidades para su traducción (Moritz, 2004, p.230).



En cuanto a las dificultades generales que presentan los alumnos en el desempeño de una tarea correlacional, se destacan las siguientes:

- Considerar tan sólo la correspondencia de datos bidimensionales aislados, en lugar de considerar la tendencia global de éstos;
- Considerar cada una de las variables de modo aislado, en lugar de considerar la correspondencia de las dos variables implicadas en el estudio de modo conjunto;
- La existencia de teorías o creencias previas en cuanto a las variables de estudio y su asociación.

Por otro lado, es importante tener en cuenta las siguientes variables de tarea (Sánchez Cobo y cols., 2000):

- Signo de la asociación entre las variables, pues podemos considerar tres casos: Dependencia directa, dependencia inversa e independencia. Aunque matemáticamente la dependencia directa o inversa son semejantes, psicológicamente no son percibidas del mismo modo por los estudiantes, ya que Estepa (1994) definió la concepción unilateral de la correlación como un sesgo de algunos estudiantes que consideran la dependencia inversa como independencia.
- Intensidad de la dependencia, pues la dependencia se percibe más fácilmente si es intensa.
- Concordancia entre los datos y las teorías previas sugeridas por el contexto. Muchos sujetos se guían preferentemente por sus teorías (en vez de usar los datos). Chapman (1967) describe un razonamiento común, que denomina *correlación ilusoria* y que fue propuesto para designar la correlación que perciben los observadores entre dos clases de sucesos que o bien (a) no están correlacionados, (b) se correlacionan con un menor grado del que se declara, o (c) se correlacionan en la dirección opuesta de la que se declara.
- Tipo de covariación. Barbancho (1973) indica que la correlación entre dos variables puede deberse a una dependencia causal unilateral, pero también a una interdependencia (cada variable afecta a la otra), una dependencia indirecta (una tercera variable afecta a otras dos), concordancia (coincidencia en preferencia u ordenación de la misma serie de datos por dos jueces) o covariación casual. Pero algunos estudiantes sólo admiten la relación causal, confundiendo correlación y causación (concepción causal, según Estepa, 1994).

3. OBJETIVOS Y ORGANIZACIÓN DEL TALLER.

El objetivo principal de este taller es sensibilizar y motivar a los profesores, o futuros profesores, en el desempeño de su profesión, en cuanto a la enseñanza y aprendizaje de la correlación. Para ello se plantean dos objetivos específicos:

- Proporcionar algunas tareas que potencien el tratamiento de la correlación en el aula con una triple finalidad: a) favorecer el dinamismo de la enseñanza; b) servir para detectar y diagnosticar algunos de los sesgos descritos en la investigación desarrollada sobre correlación y c) ayudar a concienciar a los estudiantes de estos sesgos permitiendo así desarrollar en ellos un adecuado razonamiento covariacional.

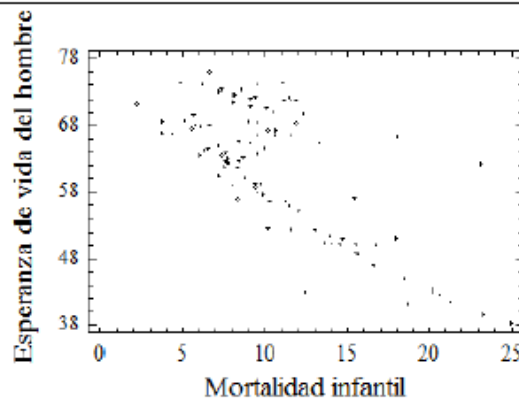
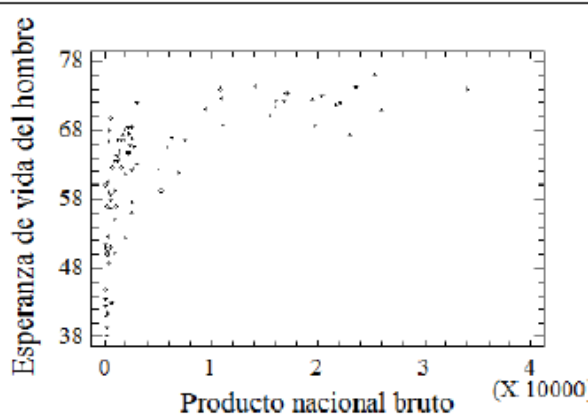
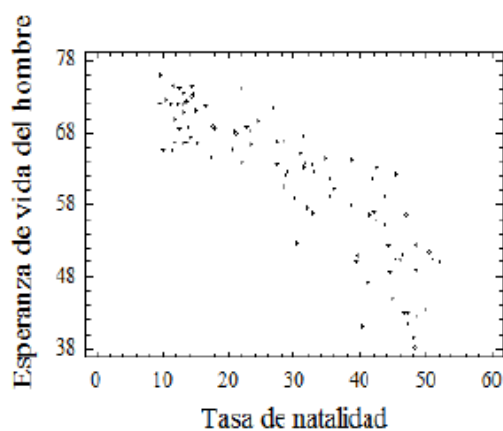
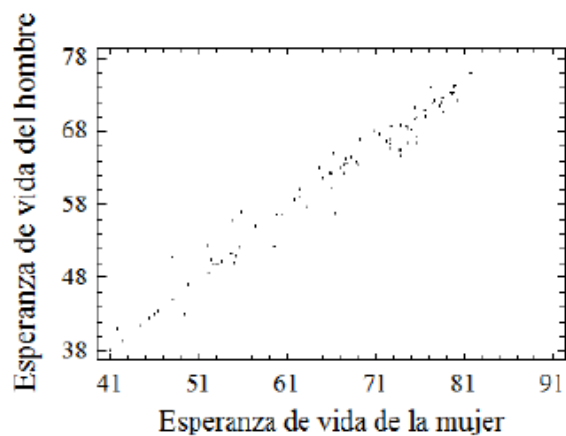
- Presentar resultados de las investigaciones sobre correlación a los profesores o futuros profesores en cuanto al desarrollo de los estudiantes de determinadas tareas correlacionales.

Se pretende desarrollar un taller de dos horas, con la siguiente organización:

- Se comenzará con el planteamiento de algunas actividades de traducción de la correlación a partir de sus diferentes representaciones que serán realizadas por los asistentes.
- Se organizará un debate para analizar las soluciones proporcionadas por los participantes.
- Se presentarán algunas posibles respuestas de estudiantes a tareas correlacionales y se analizarán los sesgos manifestados en las mismas.

Del conjunto de tareas que se desarrollarán y analizarán en el taller podemos destacar las siguientes:

T1. En la siguiente Figura hemos representado los diagramas de dispersión de la esperanza de vida del hombre en cada país, en función de diversas variables. ¿Qué variables están relacionadas con la esperanza de vida del hombre? ¿En cuál es la relación directa o inversa? ¿Cuáles influyen o son influidas por la esperanza de vida del hombre? ¿Cuál sirve mejor para predecir la esperanza de vida? ¿En qué casos la relación podría ser debida a otras variables? (Actividad adaptada de Batanero, Díaz y Gea, 2011)



T2. Ordene los siguientes coeficientes de correlación, de menor a mayor intensidad de relación entre las variables: 0,23; 0,87; -0,72; 0,0; -0,18. (Item adaptado de Estepa, 2007)

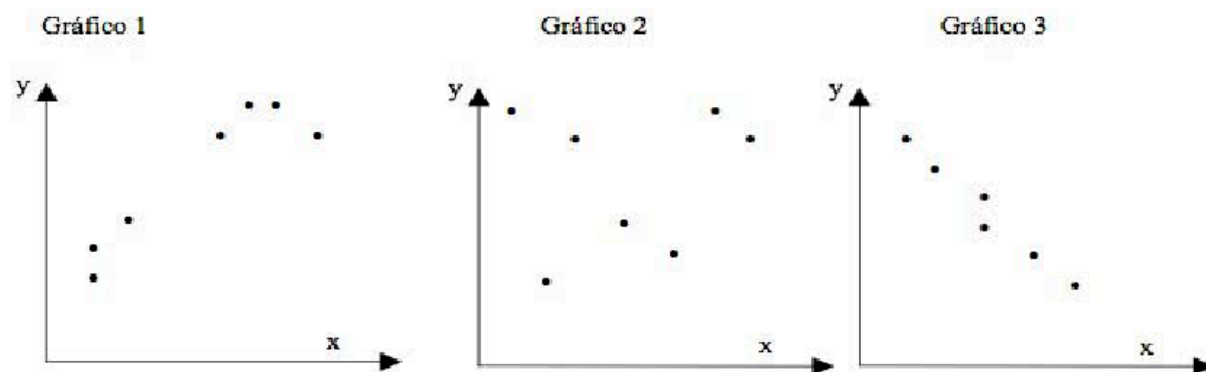
T3. A continuación, se presentan tres afirmaciones referidas a las conclusiones de un estudio acerca de las tasas de nacimiento, suicidio, crecimiento económico y productividad, junto con tres gráficos de dispersión.

Afirmación 1: En países con un desarrollo tecnológico alto, como Japón, Estados Unidos, Alemania, Inglaterra, Francia, Italia y Canadá se tienen bajas tasas de nacimiento (TN) asociadas con altas tasas de suicidio (TS).

Afirmación 2: Algunos economistas afirman que, independientemente de los países que se estudian, a altas tasas de crecimiento (TC) se asocian altas tasas de productividad (TP).

Afirmación 3: Tanto economistas como demógrafos afirman que las tasas de suicidio (TS) no parecen estar correlacionadas con las tasas de productividad (TP).

Desafortunadamente, en los gráficos no se colocaron los rótulos de referencia de los ejes. Asocia a cada gráfica una afirmación, completa con el nombre de los ejes y proporciona en cada caso un valor del coeficiente de correlación. (Actividad 4, Lavalle, Micheli y Rubio, 2006)



T4. Dados los siguientes valores del coeficiente de correlación entre dos variables X e Y, dibujad un diagrama de dispersión, con 10 puntos, que se adapte razonablemente a ellos: a) $r = 0,25$ b) $r = -1$ c) $r = -0,01$ d) $r = 0,7$ e) $r = -0,4$ (Sánchez, Estepa y Batanero, 2000).

REFERENCIAS.

ALLOY, L.B. y TABACHNIK, N. (1984). *Assessment of covariation by humans and animals: the joint influence of prior expectations and current situational information*, Psychological Review 91(1), 112-149.

BARBANCHO, A.G. (1973). *Estadística elemental moderna*. Barcelona: Ed. Ariel. (Cuarta edición, 1.975).

BATANERO, C., DÍAZ, C. y GEA, M.M. (2011). Estadísticas de la pobreza y desigualdad. En C. Batanero y C. Díaz (Eds.), *Estadística con Proyectos*. (pp. 73-96). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.

CHAPMAN, L.J. y CHAPMAN, J.P. (1967). *Genesis of popular but erroneous psychodiagnostic observations*, Journal of Abnormal Psychology 72(3), 193-204.



CROCKER, J. (1981). *Judgment of covariation by social perceivers*, Psychological Bulletin 90(2), 272-292.

ESTEPA, A. (1994). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Granada.

ESTEPA, A. (2007). *Caracterización del significado de la correlación y regresión de estudiantes de Educación Secundaria*, Zetetiké, Vol. 15, n. 28, 119-151. <http://www.fae.unicamp.br/zetetike/viewissue.php?id=5>

LAVALLE, A. L., MICHELI, E. B. y RUBIO, N. (2006). *Análisis didáctico de regresión y correlación para la enseñanza media*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9 (3), 383-406.

MCKENZIE, C.R.M. y MIKKELSEN, L.A. (2007). *A Bayesian view of covariation assessment*, Cognitive Psychology 54(1), 33-61.

MORITZ, J. (2004). *Reasoning about covariation*. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). The Challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking, 221-255. Dordrecht (The Netherlands): Kluwer.

SÁNCHEZ COBO, F.T., ESTEPA, A. y BATANERO, C. (2000). *Un estudio experimental de la estimación de la correlación a partir de diferentes representaciones*, Enseñanza de las Ciencias, 18(2), 297-310.

ZIEFFLER, A. y GARFIELD, J. (2009). *Modeling the growth of students' covariational reasoning during an introductory statistics course*, Statistics Education Research Journal, 8(1), 7-31.

ZIEFFLER, A.S. (2006). *A longitudinal investigation of the development of college students' reasoning about bivariate data during an introductory statistics course*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Minnesota.